Modern Studies in Management & Organization
Volume 2, Issue 1 - Spring 2025 - Pages 69-86
Homepage: https://www.jmsmo.ir - eISSN: 3092-6920

Investigating the Role of Probability Distributions on the Performance of Value at Risk and Expected Drawdown

Mohammad Reza Akbarian [1]*, Mohammad Jafar Ghadimi [1]

1. Department of Management, Deh.C, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

Abstract: The aim of this study is to empirically investigate the role of probability distributions on the performance of value at risk and expected return on the Tehran Stock Exchange. Probability distributions are of great importance in portfolio management, hedging, asset pricing, and trading strategies. Appropriate accuracy in their estimation makes the modeling results more accurate and reliable. In the present study, six distributions were used to estimate two risk measures, including value at risk and expected return (conditional value at risk), including normal distributions, t-space-scale, log normal, inverse normal, general distribution of extreme points, and general Pareto distribution. The maximum likelihood statistical approach was also used to fit the distribution to the empirical data. The results of the research on the total index in the period 2011 to 2019 show that the most appropriate distribution for estimating value at risk and expected drawdown in a one-day time horizon is the location-scale t-distribution, and the most appropriate distribution for estimating value at risk and conditional value at risk in weekly and monthly time horizons is the general distribution of extreme points. Therefore, choosing these distributions can increase the accuracy of risk estimation.

Keywords: Probability Density Function, Value at Risk, Conditional Value at Risk, Marginal Distributions.
DOI: 10.22034/jmsmo.2025.513297.1022

OPEN ACCESS

Article type: Research Article

***Correspondence:** Mohammad Reza Akbarian
akbarian_mr@yahoo.com

Received: March 21, 2025
Accepted: June 11, 2025
Published: Spring 2025

Citation: Akbarian, M. R., Ghadimi, M., J. (2025). Investigating the Role of Probability Distributions on the Performance of Value at Risk and Expected Drawdown. Modern Studies in Management & Organization, 2(1), 69-86.

Publisher's Note: JMSMO stays neutral with regard to jurisdictional claims in published material and institutional affiliations.

Copyright: Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Research Center of Resource Management Studies and Knowledge-Based Business. This article is an open access article licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Extended Abstract

Introduction

The stock market is one of the ways to finance companies and one of the ways to earn income for investors. Recent experiences in the country have shown that risk-free investments such as bank deposits and bond investments have not been able to protect investors' assets against inflation. This is while the stock market has performed well. In this market, investors are rewarded for taking on risk. Therefore, the main challenge in this market is to estimate risk appropriately and adequately. There are various approaches to calculating and

quantifying risk, including value at risk and expected loss. In these estimates, probability distributions have a special place, and the present study examines the role of probability distributions in calculating these two risk measures.

Theoretical framework

Many phenomena in the world around us are random, and therefore, it is not possible to comment on their future events with certainty. A random variable is a function of a sample space of real numbers, and the values it takes correspond to the states that a random event can take. To analyze and make decisions about random variables, it is necessary to determine what values this variable takes with what probabilities. Probability distributions have been created to answer this question. Corresponding to each random variable, there is a probability distribution that shows its behavior ({Afuecheta, 2020 #7880}). In the financial world, random variables also arise from the random phenomenon of market pricing. The price of a financial asset, which is created in the market and due to the competition of supply and demand forces, is one of them. Based on price changes, two random variables, return and risk, can be determined, which have a special place in the financial world. For example, in pricing models, portfolios, and trading strategies, it is necessary to have a known distribution of returns and risks. Based on these probability distributions, it is possible to calculate the probabilities of success of investment strategies or portfolio returns. Just as in the real world, risk is a concept that refers to the difference between an ideal state and other possible scenarios, it is also defined in the investment world in the same way. For example, an investor expects to achieve a certain profit or return by closing a portfolio, but in reality, the market may follow scenarios that create a gap between the investor's ideal and reality. Therefore, risk quantification is a very important issue in financial decision-making ({Namazian, 2013 #7893}).

Methodology

In this study, the role of probability distributions on the performance of value at risk and expected drawdown in the Tehran Stock Exchange was investigated. To estimate two risk measures including value at risk and expected drawdown (conditional value at risk), six distributions including normal distributions, t-space-scale, lognormal, inverse normal, general distribution of extreme points and general Pareto distribution were used. The maximum likelihood statistical approach was also used to fit the distribution to the empirical data. The results of the research were conducted on the total index in the period 2011 to 2019.

Discussion and Results

According to the results obtained in the daily time horizon, the best distribution in estimating the value at risk is the t-location-scale distribution. In the weekly and monthly time horizons, the best distribution is the general distribution of extreme points. According to the results obtained in the daily time horizon, the best distribution in estimating the value at risk is the t-location-scale distribution, and this good performance can be attributed to the wide tails. In the weekly and monthly time horizons, the best distribution is the general distribution of extreme points, and this performance can be attributed to the appropriate simulation of this distribution at the extreme points where the risk measures (value at risk and expected drawdown) are calculated.

Conclusion

The results of the present study are consistent with the results presented above. This study also calculated the t-distribution and the limit as the most appropriate distribution for estimating the value at risk and expected drawdown.

Based on the results obtained, the following suggestions are made:

1) It is recommended that investors and portfolio managers who use financial modeling for investment, if their investment horizon is daily, weekly or monthly, must examine different types of probability distributions to find the most appropriate distribution for their modeling, because in some cases there is a significant difference between the probability distributions.

2) It is recommended that investors and portfolio managers, if they use the criteria of value at risk and conditional value at risk, use the results of the present study and use the location-scale t-distribution in daily time horizons and the general distribution of limit points in weekly and monthly horizons to estimate risk.

Contribution of authors

All authors have participated in this research in equal proportion.

Ethical approval

There are no human subjects in this article and informed consent is not applicable.

Conflict of interest

No conflicts of interest are declared by the authors.

مطالعــات نوین در مدیریت و سازمان

سال دوم، شماره اول، بهار ۱۴۰۴ – صفحه ۸۶-۶۹

Homepage: https://www.jmsmo.ir - eISSN: 3092-6920

بررسی نقش توزیع‌های احتمالی بر عملکرد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار

محمد رضا اکبریان [۱]، محمد جعفر قدیمی [۲*]

۱. گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران.

چکیده: هدف این پژوهش، بررسی تجربی نقش توزیع‌های احتمالی بر عملکرد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد. توزیع‌های احتمالی در مدیریت سبد سهام، پوشش ریسک، قیمت‌گذاری دارایی‌ها و استراتژی‌های معاملاتی دارای اهمیت فراوانی هستند. دقت مناسب در برآورد آنها، نتایج مدل‌سازی‌ها را دقیق‌تر و قابل اعتمادتر می‌کند. در پژوهش حاضر برای برآورد دو سنجه ریسک، شامل ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار (ارزش در معرض ریسک شرطی)، از شش توزیع شامل توزیع‌های نرمال، تی مکان- مقیاس، لوگ نرمال، وارون نرمال، توزیع کلی نقاط حدی و توزیع کلی پارتو استفاده شد. برای برازش توزیع به داده‌های تجربی نیز از رویکرد آماری حداکثر درستنمایی استفاده شد. نتایج تحقیق بر روی شاخص کل در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۸ نشان می‌دهد که مناسب‌ترین توزیع در برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار در افق زمانی یک روزه، توزیع تی مکان- مقیاس می‌باشد و مناسب‌ترین توزیع در برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی در افق‌های زمانی هفتگی و ماهیانه توزیع کلی نقاط حدی می‌باشد. از این رو انتخاب این توزیع‌ها می‌تواند دقت برآورد ریسک را افزایش دهد.

واژگان کلیدی: تابع چگالی احتمال، ارزش در معرض ریسک، ارزش در معرض ریسک شرطی، توزیع‌های حدی.

DOI: 10.22034/jmsmo.2025.513297.1022

دسترسی آزاد

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

***نویسنده مسئول:** محمدرضا اکبریان

akbarian_mr@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۲۱

تاریخ انتشار: بهار ۱۴۰۴

استناد: اکبریان، محمدرضا و قدیمی، محمد جعفر. (۱۴۰۴). بررسی نقش توزیع‌های احتمالی بر عملکرد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار. فصلنامه مطالعات نوین در مدیریت و سازمان، ۲(۱)، ۸۶-۶۹.

یادداشت ناشر: JMSMO درخصوص ادعاهای قضایی در مطالب منتشر شده و وابستگی‌های سازمانی بی‌طرف می‌ماند.

کپی‌رایت: نویسندگان حق نشر و حقوق کامل انتشار را برای خود محفوظ می‌دارند.

منتشر شده توسط مرکز تحقیقات مطالعات مدیریت منابع و کسب و کار دانش بنیان. این مقاله، یک مقاله با دسترسی آزاد است که تحت مجوز Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) منتشر شده است.

مقدمه

بازار سهام یکی از راه‌های تأمین مالی برای شرکت‌ها و یکی از روش‌های کسب درآمد برای سرمایه‌گذاران می‌باشد. تجربه‌های اخیر در کشور نشان داده است که سرمایه‌گذاری‌های بدون ریسک همچون سپرده‌گذاری بانکی و سرمایه‌گذاری در اوراق قرضه نتوانسته‌اند دارایی سرمایه‌گذاران را در برابر تورم حفظ کنند. این در حالی است که بازار سهام دارای عملکرد مناسبی بوده است. در این بازار در ازای تحمل ریسک به

سرمایه گذاران پاداش داده می‌شود. بنابراین، چالش اصلی در این بازار برآورد مناسب و به اندازه از ریسک می‌باشد. برای محاسبه ریسک و کمّی سازی آن رویکردهای مختلفی وجود دارد که ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار از آن جمله‌اند. در این برآوردها، توزیع‌های احتمالی دارای جایگاه ویژه‌ای هستند و در پژوهش حاضر به بررسی نقش توزیع‌های احتمالی در محاسبه این دو سنجه ریسک پرداخته می‌شود.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

پدیده‌های بسیاری در دنیای اطراف ما تصادفی هستند و بنابراین با قطعیت نمی‌توان در مورد پیشامدهای آتی آنها نظر داد. متغیر تصادفی یک تابع از فضای نمونه‌ای به اعداد حقیقی می‌باشد و مقادیری که اخذ می‌کند متناظر با حالاتی است که یک پیشامد تصادفی می‌تواند اخذ کند. برای تجزیه و تحلیل و تصمیم‌گیری در مورد متغیرهای تصادفی نیاز است تا مشخص شود که این متغیر چه مقادیری را با چه احتمالاتی اخذ می‌کند. توزیع‌های احتمالی برای پاسخ دادن به این سوال به وجود آمده‌اند. متناظر با هر متغیر تصادفی یک توزیع احتمال وجود دارد که رفتار آن را نشان می‌دهد (Afuecheta et al., 2020). در دنیای مالی هم متغیرهای تصادفی از پدیده تصادفی قیمت‌گذاری بازار ناشی می‌شوند. قیمت یک دارایی مالی که در بازار و بر اثر رقابت نیروهای عرضه و تقاضا ایجاد می‌شود، از این جمله است. بر اساس تغییرات قیمت می‌توان دو متغیر تصادفی بازده و ریسک را مشخص کرد که در دنیای مالی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار هستند. بعنوان نمونه در مدل‌های قیمت‌گذاری، سبد سهام و استراتژی‌های معاملاتی نیاز است تا توزیع بازده و ریسک مشخص باشد. بر اساس این توزیع‌های احتمالی است که می‌توان احتمالاتی را برای موفقیت استراتژی‌های سرمایه‌گذاری یا بازده سبد سهام محاسبه کرد. همانطور که در دنیای واقعی ریسک مفهومی است که اشاره به تفاوت حالت ایده آل با سناریوهای محتمل دیگر دارد، در دنیای سرمایه‌گذاری نیز به همین صورت تعریف می‌شود. بعنوان نمونه یک سرمایه‌گذار از بستن یک پورتفوی انتظار دستیابی به یک سود یا بازده مشخص را دارد، اما در واقعیت ممکن است بازار سناریوهایی را دنبال کند که بین ایده‌ال سرمایه‌گذار واقعیت فاصله ایجاد کند. از این رو کمی‌سازی ریسک مسأله بسیار مهمی در تصمیم‌گیری‌های مالی می‌باشد (Namazian & Hajrezabeigi, 2013).

کمی‌سازی‌های زیادی از مفهوم ریسک صورت گرفته که از آن جمله می‌توان به معیارهایی چون انحراف معیار استاندارد یا نیم انحراف معیار اشاره کرد. دو سنجه اخیر زمانی موفق عمل خواهند کرد که توزیع بازده تا حد زیادی از توزیع نرمال پیروی کند. این در حالی است که نتایج تحقیقات زیادی نشان داده است که بین توزیع بازده دارایی‌های مالی از توزیع نرمال در کشیدگی و چولگی اختلاف معناداری وجود دارد. بنابراین، لزوم استفاده از سنجه‌های دیگر و توزیع‌های احتمالی دیگر در مدل‌سازی توجیه پیدا می‌کند. ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار از جمله این سنجه هستند که بر اساس رفتار بازده در دم‌های توزیع بازده دارایی مالی تعریف می‌شوند. طبق تعریف، ارزش در معرض ریسک حداکثر ضرر پورتفوی را در یک سطح اطمینان مشخص اندازه می‌گیرد. بعنوان نمونه، ارزش در معرض ریسک برابر ۲۰ دلار در سطح اطمینان ۹۵درصد برای یک پرتفوی به این مفهوم است که پرتفوی در ۹۵درصد موارد ضررش

زیر ۲۰ دلار می‌باشد. ارزش در معرض ریسک شرطی یا ریزش مورد انتظار نیز متوسط ضرر را در مواردی که میزان ضرر از ارزش در معرض ریسک بیشتر شود را اندازه می‌گیرد.

بدیهی است که برای محاسبه ارزش در معرض ریسک یک پورتفوی نیاز به دانستن و مدل‌سازی تابع چگالی احتمال بازده دارایی‌های مالی می‌باشد. توزیع‌های احتمالی زیادی در علم آمار وجود دارند که هر کدام به منظور خاصی توسعه داده شده‌اند. بعنوان نمونه توزیع نمایی برای مدل‌سازی زمان بین دو رویداد یا توزیع پواسون برای مدل‌سازی تعداد پیشامدهای با احتمال کم (نادر) در یک بازه زمانی کاربرد دارند. بنابراین برازش یک توزیع مناسب می‌تواند دقت برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار را افزایش دهد و به این صورت مدیریت یک سبد سهام را قابل اعتمادتر کرد (Botashkan et al., 2018).

در پژوهش حاضر برای برآورد مناسب ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در افق‌های زمانی مختلف شامل افق‌های روزانه، هفتگی و ماهیانه، چندین تابع توزیع احتمال شامل توزیع نرمال، توزیع تی مکان- مقیاس، توزیع لوگ نرمال، توزیع کلی نقاط حدی، توزیع کلی پارتو و توزیع وارون نرمال مورد استفاده قرار می‌گیرد. این توزیع‌ها به نمودار فراوانی بازده در افق‌های زمانی نام برده به کمک رویکرد آماری حداکثر درستنمایی برازش داده می‌شود و دو سنجه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار محاسبه می‌شوند. در پایان نتایج حاصل از هر توزیع در افق‌های زمانی مختلف با نتایج تجربی مقابسه می‌شود تا بهترین توزیع‌ها مشخص شود. با توجه به تحقیقات مشابه انتظار می‌رود که توزیع تی و نقاط حدی دارای عملکرد بهتری نسبت به بقیه توزیع‌ها داشته باشند. در ادامه پیشینه تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد.

شهیکی تاش و همکاران (۱۳۹۲) در پژوهشی به محاسبه ارزش در معرض ریسک برای شاخص بازده و قیمت نقدی (TEDPIX) در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. برای این منظور ابتدا مانایی متغیر مورد بررسی قرار گرفت و پس از بررسی آن به تخمین مدل پرداختند. سپس، ارزش در معرض ریسک برای سه توزیع نرمال، تی استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته مورد محاسبه قرار گرفت نتایج نشان می‌دهد که در تخمین ارزش در معرض ریسک، با افزایش دوره زمانی مورد براورد، مقدار عددی ارزش در معرض ریسک افزایش می‌یابد از طرفی با مقایسه میزان براورد شده ارزش در معرض ریسک برای سه توزیع نرمال، t- استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته به این نتیجه می‌رسیم که توزیع خطای تعمیم یافته از توزیع تی و توزیع نرمال عملکرد بهتری دارد و عملکرد بهتر توزیع تی نیز نسبت به توزیع نرمال مشهود است (Shehiki Tash et al., 2013).

عاطفی و رشیدی رنجبر (۱۳۹۸) در پژوهشی با استفاده از مدل استوار کیپرا به استخراج مقادیر باقیمانده‌های بازده لگاریتمی شاخص بورس اوراق بهادار پرداختند و سپس با استفاده از نظریه ارزش فرین مدل ارزش آفرین را برای این مقادیر بدست آورد. نتایج حاصل از آزمون‌های پس‌آزمایی نشان از این دارد که رویکرد ترکیبی EVT-Cipra عملکرد بهتری دارد (Atefi & Rashidi Ranjir, 2019).

بت شکن و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهشی به کاربرد روش شبیه سازی مونت کارلو بر مبنای تحلیل مولفه‌های اساسی، به عنوان روشی با رویکردی ناپارامتریک برای محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار پرداختند. بررسی‌های انجام گرفته توسط تکنیک های پس آزمایی حاکی از نتایج قابل اتکای این روش و روش مرسوم شبیه‌سازی مونت کارلو و برتری این دو روش در مقایسه با روش ریسک متریکس است (Botashkan et al., 2018).

کاشی و همکاران (۱۳۹۶) در پژوهشی به بررسی ارزش در معرض ریسک (VAR) و ریزش مورد انتظار (ES) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه مقدار حدی (ماکسیمم بلاک‌ها و توزیع پارتو تعمیم یافته(GPD)) پرداختند. یافته‌ها موید این مطلب بود ضروری است که جنبه‌های گوناگون توزیع زیان/ سود مانند دم پهن بررسی شود (Kashi et al., 2017).

توس و جونز (۲۰۱۹) در پژوهشی ضمن بیان اینکه توزیع نرمال (که به صورت سنتی برای مدل‌سازی بازده سهام به کار می‌رود) در محاسبه متغیرهای دمی به صورت مناسبی عمل نمی‌کند، برای مدل‌سازی بازده سهام از توزیع لاپلاس استفاده کردند. نتیجه تحقیق آنها بر رو شاخص s&p و نزدک نشان می‌دهد که توزیع لاپلاس در محاسبه ارزش در معرض ریسک نسبت به توزیع نرمال بهتر عمل می‌کند (Toth & Jones, 2019).

نووالس و گارسیا (۲۰۱۸) به بررسی تجربی عملکرد روش های مختلف در برآورد ریزش مورد انتظار با استفاده از داده‌های روزانه ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۶ اقدام کردند. روش‌های مورد استفاده شامل روش گارچ، روش مقدار حدی و رویکرد شبیه‌سازی فیلتری می‌باشد. نتیجه پژوهش نشان می‌دهد که به‌کارگیری نقطه حدی در افق‌های زمانی یک روز و ده روز بهتر از سایر روش‌ها می‌باشد و در مجموع توزیع‌های غیر متقارن نتیجه بهتری دارند. همچنین بهترین روش پیش‌بینی ریزش مورد انتظار ترکیب روش نقاط حدی و شبیه سازی می‌باشد (Novales & Garcia-Jorcano, 2018).

گو (۲۰۱۷) در پژوهش خود، چهار توزیع دو پهن را به طور گسترده‌ای برای توزیع بازده روزانه S & P 500 مورد مطالعه قرار داد. نتایج نشان می‌دهد که توزیع t چوله دارای عملکرد تجربی برتر در مقایسه با توزیع t استودنت، توزیع گاوسی معکوس متقارن نرمال و توزیع هذلولی توسعه یافته است. همچنین توزیع چوله t می‌تواند نزدیکترین برآوردهای را برای ارزش در معرض ریسک بوجود آورد (Guo, 2017).

هوانگ و همکاران (۲۰۱۴) به تقریب ارزش در معرض ریسک شاخص معدن در بازار بورس آفریقای جنوبی پرداختند. برای این منظور از سه کلاس توزیع‌های هایپربولیک استفاده گردید و دقت آنها در معیارهای آکاییک، معیار اطلاعاتی بیزی مورد مقایسه قرار گرفت که نتیجه تحقیق نشان می‌دهد که بهترین رویکرد تابع توزیع چوله استودنت تی می‌باشد (Huang et al., 2014).

کامبس و همکاران (۲۰۰۶) در پژوهشی به بررسی توزیع بازده در بازار مبادلات ارز یورو-دلار در بازه ۲۰۰۳ تا ۲۰۰۴ پرداختند. برای این منظور از توزیع‌های نرمال، گامل، توزیع حدی پارتو، توزیع لگاریتم نرمال، گاما و توزیع حدی گسترش یافته استفاده گردید. بر اساس نتایج تجربی، توزیع گسترش‌یافته حدی دارای بهترین مقدار برازندگی در برازش توریع احتمالی داده‌ها و در داده‌های قیمت باز و بسته شدن می‌باشد (Combes & Dussauchoy, 2006).

فارجاردو و همکاران (۲۰۰۵) در پژوهشی به آنالیز استفاده از توزیع‌های گسترش‌یافته هایپربولیک در محاسبه ارزش در معرض ریسک پرداختند. بعنوان یک نمونه مطالعاتی بازار نرخ برابری دلار در برابر واحد پول برزیل مورد مطالعه قرار گرفت. در پایان محققین استفاده از توزیع‌های خانواده هایپربولیک را در محاسبه ارزش در معرض ریسک و در چهارچوب روش براوردی حداکثر درستنمایی را پیشنهاد می‌دهند (Fajardo et al., 2005).

ونتر و جانگ (۲۰۰۲) به مقایسه توزیع گوسی نرمال وارون و نظریه مقدار حدی و توزیع های بر پایه توزیع t در براورد ارزش در معرض ریسک پرداختند. نتیجه تحقیق نشان می‌دهد که توزیع نرمال وارون در نمونه‌های زیر ۲۵۰ تا از توزیع‌های حدی دارای عملکرد بهتری می‌باشد و این در حالی است که در نمونه‌های بالای ۲۵۰ تا توزیع حدی دارای عملکرد بهتری می‌باشد. در نمونه‌های متقارن نیز عملکرد توزیع t مناسب می‌باشد (Venter & de Jongh, 2002).

روش پژوهش

در این پژوهش، نقش توزیع‌های احتمالی بر عملکرد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار در بورس اوراق بهادار تهران بررسی شد. برای برآورد دو سنجه ریسک شامل ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار (ارزش در معرض ریسک شرطی) از شش توزیع شامل توزیع‌های نرمال، تی مکان- مقیاس، لوگ نرمال، وارون نرمال، توزیع کلی نقاط حدی و توزیع کلی پارتو استفاده شد. برای برازش توزیع به داده‌های تجربی نیز از رویکرد آماری حداکثر درستنمایی استفاده شد. نتایج تحقیق بر روی شاخص کل در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۸ انجام شده است.

سوالات این پژوهش به شرح زیر می‌باشد:

۱) از بین توزیع‌های نرمال، لوگ نرمال، توزیع تی مکان- مقیاس، توزیع وارون نرمال، توزیع کلی حدی، توزیع کلی کلی پارتو کدام یک دارای دقت بالاتری در برآورد ارزش در معرض ریسک می‌باشد؟

۲) از بین توزیع های نرمال، لوگ نرمال، توزیع تی مکان- مقیاس، توزیع وارون نرمال، توزیع کلی حدی، توزیع کلی کلی پارتو کدام یک دارای دقت بالاتری در برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی می‌باشد؟

یافته‌های پژوهش

در ابتدا به بررسی توزیع‌های احتمالی مورد استفاده در پژوهش پرداخته می‌شود:

توزیع نرمال

مهم‌ترین و متداول‌ترین توزیع در میان توزیع‌های پیوسته، توزیع نرمال می‌باشد. بسیاری از پدیده‌ها در طبیعت به صورت ذاتی از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. زیرا احتمال مشاهده مقادیر خیلی بزرگ و یا خیلی کوچک برای آنها کم است و بیشترین مقادیر احتمال در بازه‌ای اطراف میانگین رخ می‌دهد. این توزیع متقارن است و مقدار میانگین، میانه و مد بر هم منطبق هستند. تابع چگالی احتمال این توزیع به صورت (۱) می‌باشد:

رابطه ۱)
$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

که μ را میانگین توزیع و σ را انحراف معیار می‌نامند.

توزیع لوگ نرمال (log normal)

در نظریه حرکت تصادفی بازار فرض می‌شود که رشدها و نزول‌های آتی بازار از هم مستقل هستند و همگی از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند که میانگین آنها برابر صفر و واریانس آنها نیز تابعی از زمان می‌باشد. در این نظریه ثابت می‌شود که برای شبیه‌سازی حرکت قیمتی دارایی مالی باید از توزیع لوگ نرمال استفاده کرد. در حالت کلی در صورتی که z دارای توزیع نرمال با پارامترهای میانگین μ و انحراف معیار $\sigma>0$ باشد آنگاه $X=e^{\mu+\sigma Z}$ دارای توزیع لوگ نرمال می‌باشد. همچنین اگر X دارای توزیع لوگ نرمال باشد، لگاریتم طبیعی آن دارای توزیع نرمال می‌باشد یعنی

رابطه ۲)
$$\ln(X)\sim \mathrm{N}\,(\mu,\sigma^2)$$

توزیع t استودنت (student t) **و تی مکان-مقیاس**

در حالت کلی اگر $X_1,\ldots,X_n$ دارای توزیع نرمال $N(\mu,\sigma^2)$ باشند و تعریف کنیم:

رابطه ۳)
$$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$$
$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$$

آنگاه $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ دارای توزیع نرمال و $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$ دارای توزیع t استودنت با n-1 درجه آزادی می‌باشد. بنابراین زمانی که واریانس جامعه مشخص نباشد و اندازه نمونه هم کوچک باشد از این توزیع استفاده می‌شود. تابع چگالی این توزیع برابر

رابطه ۴)
$$f(t)=\frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma(\frac{\nu}{2})}\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

می‌باشد که در آن B تابع بتا و Γ نیز تابع گاما می‌باشد. توزیع t توسعه یافته یا t مکان- مقیاس از جمله توسیع‌های این توزیع می‌باشند. این توزیع دارای تابع چگالی احتمال

$$p(x)=\frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{\pi\nu}\sigma}\left(1+\frac{1}{\nu}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$ رابطه ۵)

می‌باشد که μ را پارامتر مکان، $\sigma>0$ را پارامتر مقیاس و $\nu>0$ را پارامتر شکل می‌نامند. این توزیع در مالی دارای کاربردهای فراوانی می‌باشد، زیرا نسبت به توزیع نرمال دارای دم‌های پهن‌تر می‌باشد و تجربه نشان داده است که بازده سهام دارای دم‌های پهن‌تری نسبت به توزیع نرمال است.

توزیع وارون نرمال (inverse niormal distribution)

متغیر تصادفی X را دارای توزیع وارن نرمال می‌نامند و با $X\sim \mathrm{IG}(\mu,\lambda)$ نشان می‌دهند. هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت

$$f(x;\mu,\lambda)=\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}}\exp\Big(-\frac{\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x}\Big)\qquad x>0$$ رابطه ۶)

باشد که در آن μ را میانگین و λ را پارامتر شکل می‌نامند. این توزیع برای مقادیر مثبت تعریف شده است و در حالت تک پارامتری این توزیع به صورت

$$f(x;\mu,\mu^2)=\frac{\mu}{\sqrt{2\pi x^3}}\exp\Big(-\frac{(x-\mu)^2}{2x}\Big).$$ رابطه ۷)

می‌باشد.

توزیع کلی نقاط حدی

نقاط حدی به مفهوم نقاطی که فاصله قابل توجهی از بقیه نقاط یا میانگین توزیع دارند، تعریف می‌شود. از این رو این توزیع‌ها در براورد مقادیر دمی مانند ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی مهم هستند. متغیر تصادفی X را دارای توزیع کلی حدی می‌نامند و با $X\sim \mathrm{GEV}(\mu,\sigma,\xi)$ نشان می‌دهند هرگاه متغیر استاندارد شده $s=(x-\mu)/\sigma$ که در آن $\mu\in R$ موسوم به پارامتر مکان و $\sigma>0$ موسوم به پارامتر مقیاس است، دارای توزیع

$$F(s;\xi)=\begin{cases}\exp(-(1+\xi s)^{-1/\xi}) & \xi\neq 0\\ \exp(-\exp(-s)) & \xi=0\end{cases}$$ رابطه ۸)

باشند که به $\xi\in R$ پارامتر شکل گفته می‌شود. با توجه به اینکه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار رویدادهایی هستند که با استفاده از نقاط حدی محاسبه می‌شود، این توزیع اهمیت ویژه‌ای دارد.

توزیع کلی پارتو

یکی دیگر از توزیع‌های حدی توزیع کلی پارتو می‌باشد. این توزیع نیز از آنجا که با نقاط حدی سرو کار دارد در محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی مهم است. متغیر تصادفی X را دارای توزیع حدی کلی با پارامترهای مقیاس σ و پارامتر شکل ξ و آستانه θ نامند و با نماد $X \sim GPD(\theta,\sigma,\xi)$ نشان می‌دهند هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد:

رابطه ۹)
$$f_{(\theta,\sigma,\xi)}(x) = \frac{1}{\sigma}\left(1+\frac{\xi(x-\theta)}{\sigma}\right)^{\left(-\frac{1}{\xi}-1\right)}$$

که در آن

$$x..\theta \quad if \ \xi..0 \quad and \quad \theta,, x,, \theta-\sigma/\xi \quad \xi<0$$

از شش توزیع احتمالی که معرفی شد در برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار استفاده خواهد شد. اساس کار به این صورت است که توزیع‌های معرفی شده به داده‌های بازده سهام در سه افق زمانی روزانه، هفتگی و ماهیانه و بر اساس رویکرد آماری حداکثر درستنمایی برازش می‌شوند. با این کار پارامترهای مجهول در هر توزیع محاسبه می‌شود و با در دسترس بودن توزیع احتمالی، ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار به ترتیب بر اساس چندک‌های توزیع و متوسط توزیع برای مقادیر بزرگتر از ارزش در معرض ریسک محاسبه می‌شود. برای محاسبه ارزش در معرض ریسک یک پورتفوی نیاز به دانستن تابع چگالی احتمال نرخ بازده آن داریم. فرض کنیم f تابع چگالی نرخ بازده پورتفوی باشد. در این صورت مقدار ارزش در معرض ریسک در سطح $(1-\alpha)\%$ برابر است با

رابطه ۱۰)
$$\mathrm{VaR} = -\mathrm{Q}_{\alpha}\ p(0)$$

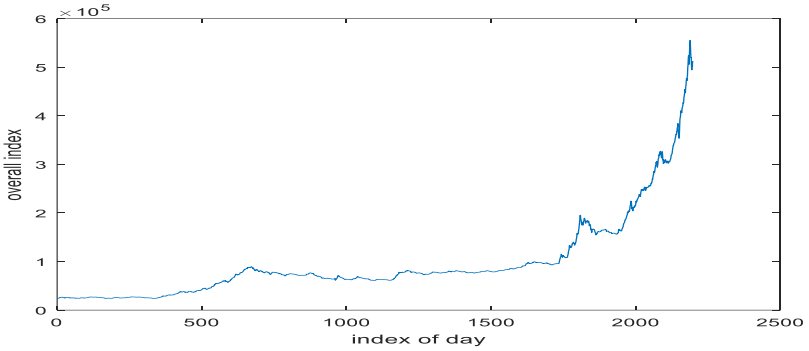
که Q_{α} چارک α ام تابع چگالی احتمال f و P(0) ارزش پورتفوی در زمان بسته شدن می‌باشد. همچنین در صورتی که L تابع ضرر پورتفوی باشد (Capiński & Zastawniak 2003):

رابطه ۱۱)
$$CVAR = E(\mathrm{L}|L > VaR)$$

به وضوح ارزش در معرض ریسک شرطی مقداری بیشتر از ارزش در معرض ریسک می‌باشد، زیرا وضعیت حادتری را برای پورتفوی در نظر می‌گیرد. برای محاسبه CVAR ابتدا باید به محاسبه VaR در سطح اطمینان دلخواه پرداخت. در پایان مقادیر محاسبه شده با مقادیر تجربی حاصل از داده‌های بازده شاخص مقابسه می‌شود تا مشخص شود که چه توزیعی بهترین توزیه در برآورد این دو سنجه ریسک می‌باشد.

بررسی نتایج عددی

اطلاعات مربوط به شاخص کل به صورت روزانه در بازه شروع ۱۳۹۰ تا پایان ۱۳۹۸ شامل ۲۱۹۷ داده در نمودار شماره ۱ نشان داده شده است.



نمودار ۱. بازده روزانه شاخص (Source:By author)

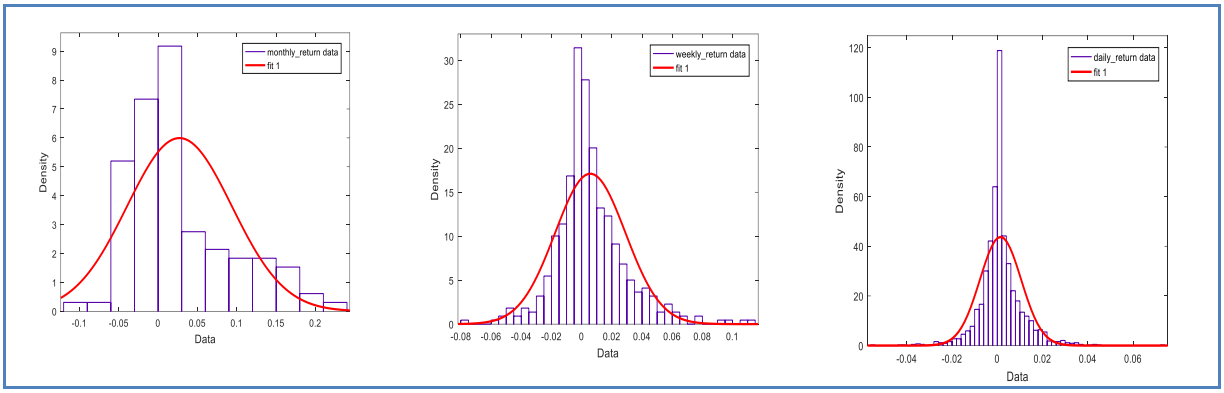
بر اساس اطلاعات شاخص کل، بازده روزانه، هفتگی (۵ روز کاری) و ماهیانه (۲۰ روز کاری) در بازه مورد نظر محاسبه گردید. با توجه به داده‌های تجربی در دسترس، مقدار ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی محاسبه گردید. برای ارزش در معرض ریسک از سطح اطمینان ۹۵درصد استفاده گردید که از بعد عملیاتی معادل محاسبه چندک ۰.۰۵ داده‌های بازده می‌باشد. ارزش در معرض ریسک نیز از طریق میانگین‌گیری معمولی از مقادیر بازده‌ای که کمتر از ارزش در معرض ریسک هستند محاسبه گردید. بر این اساس نتایج زیر حاصل گردید.

جدول ۱. ارزش در معرض ریسک به کمک داده های تجربی (Source:By author)

بازده	ارزش در معرض ریسک	ارزش در معرض ریسک شرطی
روزانه	۰۱۱۶/۰	۰۱۹۱/۰
هفتگی	۰۲۵۵/۰	۰۴۰۹/۰
ماهیانه	۰۴۹۹/۰	۰۶۵۷/۰

نتایج توزیع نرمال

در ابتدا کار را با توزیع نرمال بعنوان متداول‌ترین توزیع شروع می‌کنیم. برای برازش توزیع نرمال به داده‌ای بازده (روزانه، هفتگی و ماهیانه) پارامترهای مجهول شامل میانگین وانحراف معیار می‌باشند که به کمک روش حداکثر درستنمایی برای سه افق روزانه، هفتگی و سالیانه محاسبه گردید. در ادامه نمودار حاصل از برازش منحنی نرمال بر داده‌های تجربی بازده روزانه در نمودار زیر ارایه شده است.



نمودار ۲. برازش توزیع نرمال به داده های بازده (از راست به چپ: بازده روزانه، هفتگی و ماهیانه) (Source:By author)

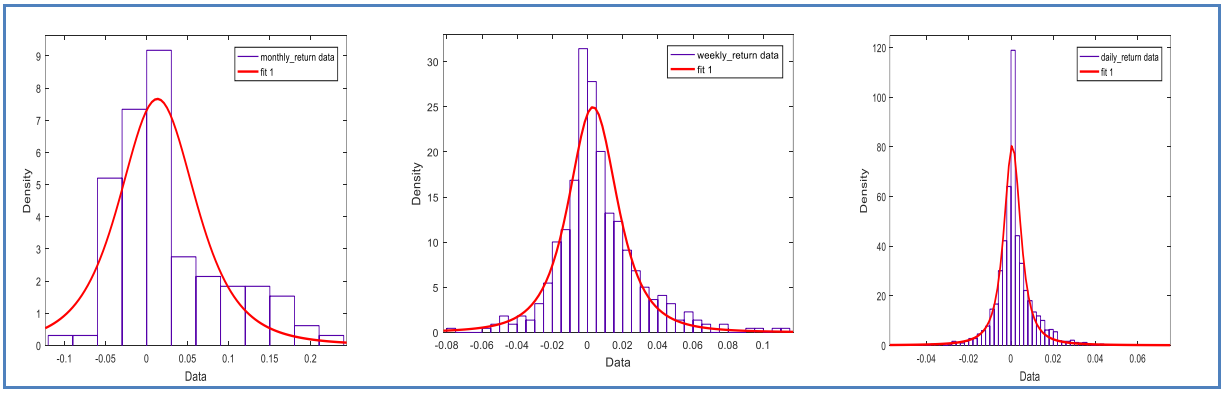
برای محاسبه ارزش در معرض ریسک از چندک ۰/۰۵ توزیع نرمال با مشخصات ارایه شده در جدول‌های بالا استفاده گردید و برای محاسبه ارزش در معرض ریسک نیز از میانگین‌گیری از مقادیری از توزیع که از ارزش در معرض ریسک کمتر هستند، استفاده شد که نتایج در جدول زیر ارایه شده است.

جدول ۲. نتایج حاصل از توزیع نرمال (Source:By author)

افق زمانی	ارزش در معرض ریسک	ریزش مورد انتظار
روزانه	۰۱۳۵/۰	۰/۰۲۲۱
هفتگی	۰۳۲۶۱/۰	۰/۰۴۵۷
ماهیانه	۰/۰۶۳۲	۰/۰۶۶۹

نتایج توزیع تی مکان- مقیاس

توزیع بعدی در جهت محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی توزیع تی مکان- مقیاس می‌باشد که برای توزیع‌های که دارای دم پهن تر از نرمال می‌باشند مناسب است. این توزیع دارای سه پارامتر مجهول مکان، مقیاس و شکل می‌باشد. در ادامه نمودار مربوط به برازش توزیع‌های t یافت شده به داده‌های تجربی بر اساس پارامترهای برآورد شده در نمودار زیر ارایه شده است.



نمودار ۳. برازش توزیع تی مکان-مقیاس به داده های بازده (از راست به چپ: بازده روزانه، هفتگی و ماهیانه) (Source:By author)

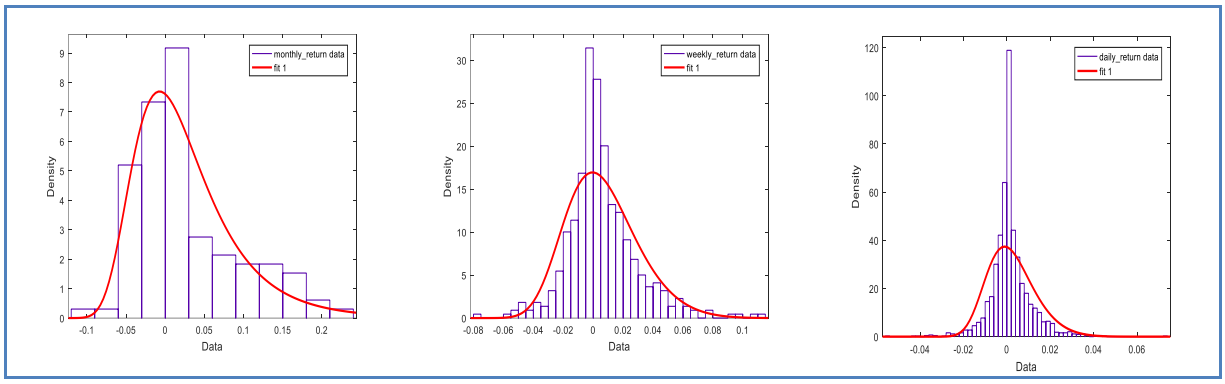
محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس توزیع یافت شده در جدول شماره ۳ ارایه شده است.

جدول ۳. نتایج حاصل از توزیع تی مکان-مقیاس (Source:By author)

ریزش مورد انتظار	ارزش در معرض ریسک	افق زمانی
۰/۰۲۰۲	۰/۰۱۲۹۳	روزانه
۰/۰۴۲۹	۰/۰۳۲۵۵	هفتگی
۰/۰۶۷۴	۰/۰۶۴۵۸	ماهیانه

نتایج توزیع کلی نقاط حدی

توزیع بعدی، توزیع کلی نقاط حدی می‌باشد که برای برازش به نقاط حدی در داده‌های تجربی مناسب است. این توزیع دارای سه پارامتر مجهول مکان، مقیاس و شکل می‌باشد که به کمک ماکزیمم درستنمایی محاسبه گردید. نمودار حاصل از برازش تابع کلی نقاط حدی بر روی داده‌های تجربی در نمودار زیر ارایه شده است.



نمودار ۴. برازش توزیع کلی نقاط حدی به داده های بازده (از راست به چپ: بازده روزانه، هفتگی و ماهیانه) (Source:By author)

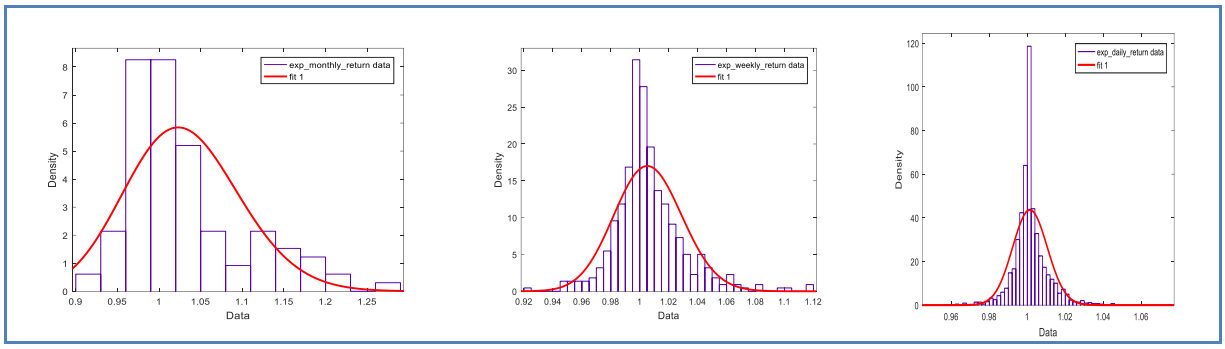
محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس توزیع یافت شده در جدول شماره ۴ ارایه شده است.

جدول ۴. نتایج حاصل از توزیع کلی نقاط حدی (Source:By author)

ریزش مورد انتظار	ارزش در معرض ریسک	افق زمانی
۰/۰۲۲۷	۰/۰۱۴۰۸	روزانه
۰/۰۴۱۴	۰/۰۲۹۵۹	هفتگی
۰/۰۶۴۳	۰/۰۵۴۷۴	ماهیانه

نتایج توزیع لوگ نرمال

توزیع بعدی، توریع لوگ نرمال می‌باشد که همانطور که قبلاً بیان شد از نظربه حرکت تصادفی بازار ناشی می‌شود. این توزیع نیز به مانند توزیع نرمال دارای دو پارامتر مجهول، میانگین و انحراف معیار می‌باشد که به کمک ماکزیمم درستنمایی به صورت جدول‌های زیر محاسبه گردید. نمودار حاصل از برازش تابع لوگ نرمال بر روی داده‌های تجربی در نمودار زیر ارایه شده است.



نمودار ۵. برازش توزیع لوگ نرمال به داده‌های بازده (از راست به چپ: بازده روزانه، هفتگی و ماهیانه) (Source:By author)

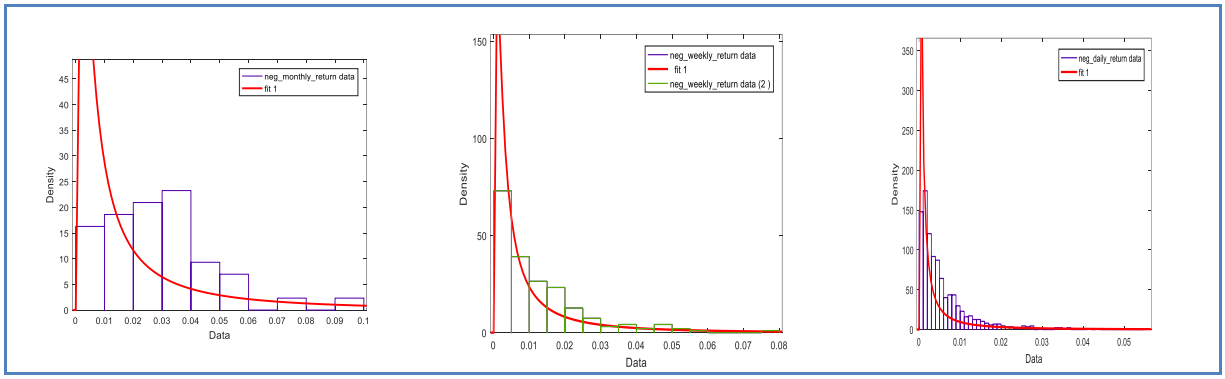
محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس توزیع یافت شده در جدول شماره ۵ ارایه شده است.

جدول ۵. نتایج حاصل از توزیع لوگ نرمال (Source:By author)

افق زمانی	ارزش در معرض ریسک	ریزش مورد انتظار
روزانه	۰/۰۱۳۶	۰/۰۲۱۰
هفتگی	۰/۰۳۲۶	۰/۰۴۲۱
ماهیانه	۰/۰۶۲۳	۰/۰۶۷۱

نتایج توزیع وارون نرمال

در این بخش از توزیع نرمال وارونه یا وارون نرمال استفاده می‌شود. این توزیع دارای دو پارامتر مجهول میانگین و لامبدا می‌باشد که برای برآورد آنها از روش حداکثر درستنمایی استفاده شده است. با توجه به اینکه دامنه این توزیع برای اعداد مثبت تعریف شده است، از قدر مطلق بخش منفی بازده استفاده شده است و از چندک ۰/۹۵ آن برای محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. نمودار حاصل از برازش تابع توزیع وارون نرمال بر روی داده‌های تجربی در نمودار زیر ارایه شده است.



نمودار ۶. برازش توزیع وارون نرمال به داده‌های بازده (از راست به چپ: بازده روزانه، هفتگی و ماهیانه) (Source:By author)

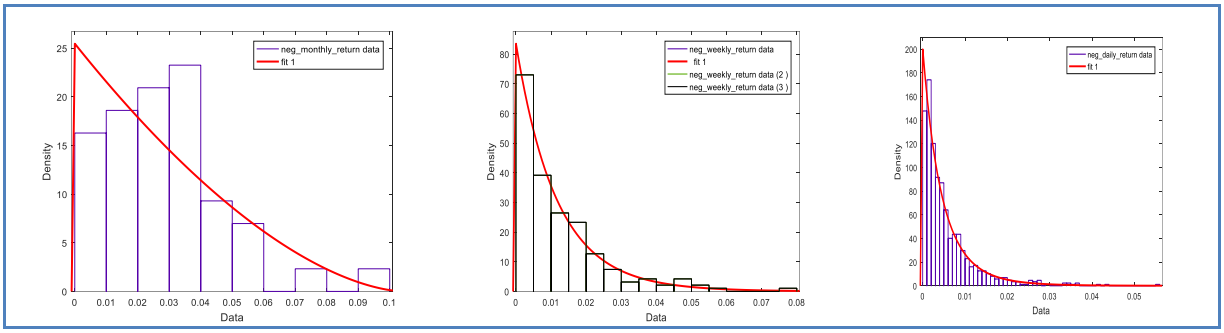
محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس توزیع یافت شده در جدول شماره ۶ ارایه شده است.

جدول ۶. نتایج توزیع وارن نرمال (Source:By author)

ریزش مورد انتظار	ارزش در معرض ریسک	افق زمانی
۰/۰۲۵۳	۰/۰۲۵۷	روزانه
۰/۰۵۲۲	۰/۰۳۲۶	هفتگی
۰/۰۷۱۰	۰/۰۶۱۱	ماهیانه

نتایج توزیع کلی پارتو

یکی دیگر از توزیع‌های حدی که در این قسمت بررسی می‌شود، توزیع کلی پارتو می‌باشد. این توزیع برای شبیه‌سازی دم‌های توزیع‌های بازده مورد استفاده قرار می‌گیرد. این توزیع دارای سه پارامتر مجهول، پارامتر مقیاس، شکل و آستانه می‌باشد. برای برآورد پارامترهای مجهول تنها از قسمت منفی بازده (ضرر) استفاده می‌شود و پارامتر آستانه بر روی مقدار صفر قرار دارد. در ادامه قدر مطلق قسمت منفی بازده محاسبه و بر اساس رویکرد حداکثر درستنمایی پارامترهای مجهوال مورد محاسبه قرار گرفت. نمودار حاصل از برازش تابع کلی پارتو بر روی داده‌های تجربی در نمودار زیر ارایه شده است.



نمودار ۷. برازش توزیع کلی پارتو به داده های بازده (از راست به چپ: بازده روزانه، هفتگی و ماهیانه) (Source:By author)

محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس توزیع یافت شده در جدول شماره ۷ ارایه شده است.

جدول ۷. نتایج حاصل از توزیع پارتو (Source:By author)

ریزش مورد انتظار	ارزش در معرض ریسک	افق زمانی
۰/۰۲۱۳	۰/۰۱۷۹۴	روزانه
۰/۰۵۴۱	۰/۰۳۷۹۹	هفتگی
۰/۰۷۷۱	۰/۰۷۰۱	ماهیانه

بحث و نتیجه گیری

در بخش قبل به بررسی عملکرد شش توزیع احتمالی بر عملکرد ارزش در معرض ریسک و ربزش مورد انتظار پرداختیم. با توجه به نتایج حاصل شده در افق زمانی روزانه بهترین توزیع در برآورد ارزش در معرض ریسک، توزیع تی مکان- مقیاس می‌باشد. در افق‌های زمانی هفتگی و ماهیانه بهترین توزیع، توزیع کلی نقاط حدی می باشد. با توجه به نتایج حاصل شده در افق زمانی روزانه بهترین توزیع در برآورد ارزش در معرض ریسک، توزیع تی مکان- مقیاس می‌باشد

که این عملکرد خوب را می‌توان به دم‌های پهن نسبت داد. در افق‌های زمانی هفتگی و ماهیانه بهترین توزیع، توزیع کلی نقاط حدی می‌باشد که این عملکرد را می‌توان به شبیه‌سازی مناسب این توزیع در نقاط حدی که سنجه‌های ریسک (ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار) محاسبه می‌شوند نسبت داد.

شهیکی تاش و همکاران (۱۳۹۲) در پژوهشی به این نتیجه رسیدند که توزیع خطای تعمیم یافته از توزیع تی و توزیع نرمال عملکرد بهتری دارد و عملکرد بهتر توزیع تی نیز نسبت به توزیع نرمال مشهود است. نووالس و گارسیا (۲۰۱۸) نشان داده که بکارگیری نقطه حدی در افق‌های زمانی یک روز و ده روز بهتر از سایر روش‌ها می‌باشد و در مجموع توزیع‌های غیرمتقارن نتیجه بهتری دارند. گو (۲۰۱۷) در پژوهش خود نشان داده که توزیع t چوله دارای عملکرد تجربی برتر در مقایسه با توزیع t استودنت، توزیع گاوسی معکوس متقارن نرمال و توزیع هذلولی توسعه یافته است. همچنین توزیع چوله t می‌تواند نزدیکترین برآوردهای را برای ارزش در معرض ریسک بوجود آورد. هوانگ و همکاران (۲۰۱۴) نشان داده‌اند که بهترین رویکرد تابع توزیع چوله استودنت تی می‌باشد. کامبس و داساچوی (۲۰۰۶) نشان داده‌اند که بر اساس نتایج تجربی، توزیع گسترش یافته حدی دارای بهترین مقدار برازندگی در برازش توریع احتمالی داده‌ها و در داده‌های قیمت باز و بسته شدن می‌باشد. ونتر و جانگ (۲۰۰۲) نشان داده‌اند که توزیع نرمال وارون در نمونه‌های زیر ۲۵۰ تا از توزیع‌های حدی دارای عملکرد بهتری می‌باشد و این در حالی است که در نمونه‌های بالای ۲۵۰ تا توزیع حدی دارای عملکرد بهتری می‌باشد. در نمونه‌های متقارن نیز عملکرد توزیع t مناسب می‌باشد.

نتایج پژوهش حاضر سازگار با نتایج ارایه شده در بالا می‌باشد. این پژوهش نیز توزیع تی و حدی را مناسب‌ترین توزیع برای برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار محاسبه کرد.

بر اساس نتایج حاصل شده پیشنهادهای زیر ارایه می‌شود:

۱) به سرمایه‌گذاران و مدیران پورتفوی پیشنهاد می‌شود که در صورتی که افق سرمایه‌گذاری آنها روزانه، هفتگی و یا ماهیانه است، از مدل‌سازی‌های مالی برای سرمایه‌گذاری بهره می‌برند حتماً انواع مختلف توزیع‌های احتمالی را مورد بررسی قرار دهند تا مناسب‌ترین توزیع برای مدل‌سازی خود را بیابند، زیرا در بعضی از موارد اختلاف قابل توجهی بین توزیع‌های احتمالی وجود دارد.

۲) به سرمایه گذاران و مدیران پورتفوی پیشنهاد می‌شود که در صورتی که از معیارهای ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده می‌کنند، از نتایج پژوهش حاضر استفاده کنند و در افق‌های زمانی روزانه از توزیع تی مکان- مقیاس و در افق‌های هفتگی و ماهیانه از توزیع کلی نقاط حدی برای برآورد ریسک استفاده کنند.

مشارکت نویسندگان

تمام نویسندگان به نسبت سهم برابر در این پژوهش مشارکت داشته‌اند.

تأیید اخلاقی

هیچ موضوع انسانی در این مقاله وجود ندارد و رضایت آگاهانه قابل اعمال نیست.

تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

References

Afuecheta, E., Utazi, C., Ranganai, E., & Nnanatu, C. (2020). An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk in BRICS Economies. *Annals of Data Science*.

Atefi, E., & Rashidi Ranjir, M. (2019). Value at Risk Assessment Using EVT-CIPRA in Tehran Stock Exchange. *Financial Engineering and Management*, *10*(38), 375-394. [In Persian]

Botashkan, M., Peymani, M., & Sadroddin Karimi, M. (2018). Value at Risk and Expected Loss Assessment Based on Nonparametric Fundamental Component Analysis in Tehran Stock *Exchange Financial Management Perspective*(24), 24-79. [In Persian]

Capiński, M., & Zastawniak , T. (2003). *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering*.Springer.

Combes, C., & Dussauchoy, A. (2006). Generalized extreme value distribution for fitting opening/closing asset prices and returns in stock-exchange. *Oper Res Int J.* https://doi.org/10.1007/BF02941135

Fajardo, J., Farias, A., & Ornelas, J. (2005). Analyzing the use of generalized hyperbolicdistributions to Value at Risk calculations. *Brazilian Journal of Applied Economics*, *9*, 25-38.

Guo, Z.-Y. (2017). *Heavy-Tailed Distributions and Risk Management of Equity Market Tail Events*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.3013749

Huang, C., Knowledge, C., Huang, C., & Jahvaid, H. (2014). Generalized hyperbolic distributions and Value-At-Risk estimation for the South African mining index. *International Business & Economics Research Journal*, *13*, 319-332.

Kashi, M., Hasini, S., Ghlilo, M., & Golkarian Arani, S. (2017). Calculating Value at Risk and Expected Loss Based on Theory: Evidence from Tehran Stock Exchange. *Financial Engineering and Securities Management*, *8*(32), 269-294. [In Persian]

Namazian, A., & Hajrezabeigi, R. (2013). *Using risk management methods for optimal decision-making in capital markets* Sixth National Conference on Economics, Management and Accounting. [In Persian]

Novales, A., & Garcia-Jorcano, L. (2018). Backtesting extreme value theory models of expected shortfall. *Quantitative Finance*. https://doi.org/10.1080/14697688.2018.1535182

Shehiki Tash, M., Ezazi, M., & Ghlami Bimorgh, l. (2013). Calculating Value at Risk in Tehran Stock Exchange. *Economic Development Research*, *10*, 51-70. [In Persian]

Toth, D., & Jones, B. (2019). Against the Norm: Modeling Daily Stock Returns with the Laplace Distribution. *Quantitative Finance*, *25*, 1-18.

Venter, J., & de Jongh, P. (2002). Risk estimation using the normal inverse Gaussian distribution. *Journal of Risk*, *4*, 1-24.